

學號: \_\_\_\_\_

姓名: \_\_\_\_\_

你的伙伴: \_\_\_\_\_

## 1 單元介紹與學習目標

認識極坐標、極坐標方程式, 以及極坐標方程式的圖形伸縮旋轉理論。

## 2 極坐標與極坐標方程式

平面上的點, 可採用 直角坐標 (Cartesian coordinates) 的方式  $(x, y)$  記錄其所在位置, 也可以利用 極坐標 (polar coordinates) 的方式  $(r, \theta)$  記錄其位置, 其中

•  $x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta$  (直角坐標用極坐標表達)

•  $r^2 = x^2 + y^2, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$  (極坐標可以用直角坐標表達)

對於平面曲線, 有的時候我們會用 極坐標方程式 (polar equation) 描述之。所謂的極坐標方程式, 指的是  $r = r(\theta)$ , 也就是  $r$  與  $\theta$  之間形成函數的關係, 把這個關係式畫在極坐標上, 就會形成一條曲線。

這一節的主要目的利用數學繪圖軟體帶大家認識幾個重要的極坐標方程式與其圖形, 還有極坐標方程式的平移伸縮理論。

討論 1. 與伙伴確認這些極坐標方程式對應的幾何圖形, 將圖形畫在下方空白處, 心得註記於底線處。

(a)  $r = 2$  \_\_\_\_\_

(b)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  \_\_\_\_\_

(c)  $r = 2 \cos \theta$  \_\_\_\_\_

解.

討論 2. 依照指示, 用 Desmos Calculator 將極坐標方程式的圖形畫出。先將自己的工作完成, 再與伙伴交流, 心得可以寫在下方空白處。

(A1) (1)  $r = 1 + \sin \theta$  \_\_\_\_\_

(2)  $((1 + \sin(t)) \cos(t), (1 + \sin(t)) \sin(t)\{0 \leq t \leq a\})$  大括號的東西放在第二個坐標裡面

(3) 參數  $t$  的範圍修改成  $0 \leq t \leq 2\pi$ , 滑桿  $a$  的範圍修改成  $0 \leq a \leq 2\pi$ , 增量 0.01。

(4) 對於 (1) 和 (2) 的曲線, 換成對比強烈一點的顏色以便觀察  $a$  變化的時候圖形如何畫出。

(5) 利用「方框與箭頭的圖案」取得連結, 再將連結貼到「作業/報告」—「活動 6」中。

(A2) (1)  $r = \cos 2\theta\{0 \leq \theta \leq a\}$  \_\_\_\_\_

(2) 滑桿  $a$  的範圍修改成  $0 \leq a \leq 2\pi$ , 增量 0.01。

(3) 觀察  $a$  增加的時候, 曲線的起點、終點的位置, 還有曲線的走向是如何生成的。

(4) 利用「方框與箭頭的圖案」取得連結, 再將連結貼到「作業/報告」—「活動 6」中。

討論 3. 這一個活動是要討論極坐標方程式的平移縮放理論。給定極坐標方程  $r = r(\theta)$  與四個參數  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , 欲觀察極坐標方程  $r = ar(b\theta + c) + d$  與原圖  $r = r(\theta)$  之間的關係。

(B1) (1) 輸入  $r = \sin \theta$ , (2) 輸入  $r = a \sin \theta$ , (3) 觀察  $a$  的變動與圖形的變化。(4) 利用「方框與箭頭的圖案」取得連結, 再將連結貼到「作業/報告」—「活動 6」中。

(B2) (1) 輸入  $r = \cos \theta$ , (2) 輸入  $r = \cos(\theta + c)$ , (3) 觀察  $c$  的變動與圖形的變化。(4) 利用「方框與箭頭的圖案」取得連結, 再將連結貼到「作業/報告」—「活動 6」中。

(C1) (1) 輸入  $r = \cos \theta$ , (2) 輸入  $r = \cos(b\theta)$ , (3) 觀察  $b$  的變動與圖形的變化。(4) 利用「方框與箭頭的圖案」取得連結, 再將連結貼到「作業/報告」—「活動 6」中。

(C2) (1) 輸入  $r = \sin \theta$ , (2) 輸入  $r = \sin \theta + d$ , (3) 觀察  $d$  的變動與圖形的變化。(4) 利用「方框與箭頭的圖案」取得連結, 再將連結貼到「作業/報告」—「活動 6」中。

(B1) 參數  $a$  的效應: \_\_\_\_\_

(C1) 參數  $b$  的效應: \_\_\_\_\_

(B2) 參數  $c$  的效應: \_\_\_\_\_

(C2) 參數  $d$  的效應: \_\_\_\_\_

討論 4. 猜一猜曲線  $r = |\tan \theta|^{\cot \theta}$  的長相; 用 Desmos Calculator 畫出來後送給你最愛的人。