

學號: _____

姓名: _____

你的伙伴: _____

1 單元介紹與學習目標

☐ 如何在 Desmos Calculator 上畫出對稱於直線 $y = x$ 的圖形。

☐ 認識曲線參數式。

2 函數與反函數的圖形

我們知道：若一個函數滿足一對一 (one-to-one) 的性質時，則反函數存在，並且函數與其反函數的圖形若畫在同樣的坐標之下，圖形之間滿足對稱性：_____。

給定一對一的函數，如何讓電腦 (Desmos Calculator) 畫出反函數的圖形呢？若你清楚知道反函數的表達式，例如 e^x 的反函數是 _____，那就直接輸入反函數即可；但是如果函數更複雜以致很難把反函數確實寫出來的話怎麼辦呢？

討論 1. 各自完成自己的題目後，再與你的伙伴分享並討論你的結果。

(A1) 用 Desmos Calculator 在第一個欄位輸入 $f(x) = x^2$ ，然後在第二個欄位輸入 $x = f(y)$ ，註記其心得。

(A2) 用 Desmos Calculator 在第一個欄位輸入 $g(y) = \sin y$ ，然後在第二個欄位輸入 $y = g(x)$ ，註記其心得。

不論圖形是否為一對一函數，上述的輸入法所呈現的效應會是 _____。

3 曲線的參數式

除了函數的圖形與隱函數可以表達一條曲線外，參數式 (parametric equation) 也是另一種表達曲線的方法。參數式的起源與發展是來自於物理，因為物理上時常想要描述一個質點的運行軌跡，所以我們想要知道的是：在 t 時刻，這個質點的所在位置，所以把 x 的位置與 y 的位置都用時間 t 的關係式寫出，在 xy 坐標系上寫成 $(x(t), y(t))$ 的型式，當 t 變動時，質點的軌跡就會形成一條曲線。利用參數式的表示法，可以描述更豐富的曲線。

討論 2. 各自完成自己的題目後, 再與你的伙伴分享並討論你的結果。

(B1) 若一個線段的標準式為 $y = 2x + 3$, 其中 $0 \leq x \leq 5$, 將線段用參數式 $(x(t), y(t))$ 表達。

(B2) 已知對任意 $t \in \mathbb{R}$, 都有 $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$, 試著把曲線 $x^2 + y^2 = 9$ 改寫成參數式。

討論 3. 進入以下網址: goo.gl/de9gmG, 一次只開啟一個圖形, 按下 a 的播放鍵, 觀察曲線變動的方式, 記錄其結果。

參數式	起始點	速度	方向	圓心位置	半徑大小
$(\cos t, \sin t)$	$(1, 0)$	1 倍速	逆時針	$(0, 0)$	$r = 1$
$(\cos 4t, \sin 4t)$					
$(\cos t, -\sin t)$					
$(\sin t, \cos t)$					
$(\cos t + 3, \sin t - 3)$					
$(4 \cos t, 4 \sin t)$					

與第一個曲線的參數式對照, 其它曲線參數式的哪個地方會導致與第一個圖形不同, 把它圈起來。

討論 4. 各自完成自己的題目後, 再與你的伙伴分享並討論你的結果。

(C1) 用 Desmos Calculator 畫出 $(t + \sin t, 1 - \cos t), 0 \leq t \leq 4\pi$ 的圖形, 並將圖形描繪至學習單。

(C2) 用搜尋引擎查詢 cycloid 這個字, 找到它的中文名稱, 並簡述這條曲線的生成過程。

作品 5. 期末作品是利用 Desmos Calculator 畫出喜歡的圖案, 如果已經選好圖形, 可將圖案上傳到雲端學院的「作業/報告」—「期末作品圖檔」中審核。繳交期限: 10 月 16 日。